

Álgebra II

PARA

LEIGOS[®]

Álgebra II
PARA
LEIGOS[®]

por Mary Jane Sterling



ALTA BOOKS
E D I T O R A

Rio de Janeiro, 2013

Sobre a Autora

Mary Jane Sterling é autora de *Álgebra I Para Leigos*, *Trigonometria Para Leigos* e *Exercícios de Álgebra Para Leigos*, já publicados pela Editora Alta Books, além de *Trigonometry Workbook For Dummies*, *Algebra I CliffsStudySolver* e *Algebra II CliffsStudySolver*, publicados pela Wiley. Lecionou matemática para o ensino médio durante muitos anos, antes de iniciar sua atual carreira, que já conta com 25 anos, na Bradley University em Peoria, Illinois. Mary Jane gosta de trabalhar com seus alunos tanto dentro quanto fora da sala de aula, realizando diversos projetos de serviço comunitário.

Dedicatória

A autora dedica este livro a alguns dos homens de sua vida. Seu marido, Ted Sterling, particularmente paciente e compreensivo quanto ao comportamento errático que ela adota enquanto está trabalhando em seus diversos projetos — seu apoio é digno de toda a gratidão. Seus irmãos Tom, Don e Doug, que a conhecem “desde os velhos tempos”. Don, em particular, exerceu forte influência sobre sua carreira como professora quando arremessou um lápis pela sala durante uma aula particular. Foi então que ela teve de repensar sua abordagem — e veja o que aconteceu! E seu cunhado Jeff, que é uma inspiração constante com seu retorno milagroso e recuperação contínua.

Agradecimentos da Autora

A autora gostaria de agradecer Mike Baker por ser um excelente editor de projetos — com bom coração (o que é muito importante) e detalhista. Ele assumiu os diversos desafios com graça e os tratou com diplomacia. Além disso, ela gostaria de agradecer a Josh Dials, incrível editor que esclareceu suas explicações prolixas e as tornou compreensíveis. Um grande agradecimento vai para a editora técnica, Alexis Venter, que a ajudou com um projeto anterior — e ainda assim concordou em embarcar neste! Além disso, agradece a Kathy Cox por continuar a trazer projetos; pode-se contar com ela para manter a vida interessante.

Sumário Resumido



Introdução	1
Parte I: Dominando as Soluções Básicas	7
Capítulo 1: Indo Além dos Fundamentos da Álgebra	9
Capítulo 2: Andando Numa Linha Reta: Equações Lineares	23
Capítulo 3: Resolvendo Equações Quadráticas	37
Capítulo 4: Tirando a Raiz de Racionais, Radicais e Negativos	57
Capítulo 5: Desenhando o Gráfico para uma Boa Vida	77
Parte II: Enfrentando as Funções	97
Capítulo 6: Formulando os Fatos sobre Funções	99
Capítulo 7: Elaborando e Interpretando Funções Quadráticas	117
Capítulo 8: Prestando Atenção às Curvas: Polinômios	133
Capítulo 9: Confiando na Razão: Funções Racionais	157
Capítulo 10: Expondo Funções Exponenciais e Logarítmicas	177
Parte III: Conquistando Seções Cônicas e Sistemas de Equações...	201
Capítulo 11: Cortando Seções Cônicas	203
Capítulo 12: Resolvendo Sistemas de Equações Lineares	225
Capítulo 13: Resolvendo Sistemas de Equações e Desigualdades Não Lineares	247
Parte IV: Mudando a Marcha com Conceitos Avançados	267
Capítulo 14: Simplificando Números Complexos em um Mundo Complexo ..	269
Capítulo 15: Movimentando-se com Matrizes	281
Capítulo 16: Fazendo uma Lista: Sequências e Séries	303
Capítulo 17: Tudo o que Você Queria Saber sobre Conjuntos	323
Parte V: A Parte dos Dez	347
Capítulo 18: Dez Truques de Multiplicação	349
Capítulo 19: Dez Tipos Especiais de Números	357
Índice	361

Sumário

Introdução	1
Sobre Este Livro.....	1
Convenções Usadas Neste Livro	2
Penso que.....	2
Como Este Livro Está Organizado.....	3
Parte I: Dominando as Soluções Básicas.....	3
Parte II: Enfrentando as Funções	4
Parte III: Conquistando Seções Cônicas e Sistemas de Equações.....	4
Parte IV: Acelerando o Ritmo com Conceitos Avançados.....	5
Parte V: A Parte dos Dez.....	5
Ícones Usados Neste Livro	5
De Lá para Cá, Daqui para Lá.....	6
Parte I: Dominando as Soluções Básicas	7
Capítulo 1: Indo Além dos Fundamentos da Álgebra.....	9
Detalhando as Propriedades da Álgebra	10
Mantendo a ordem com a propriedade comutativa	10
Mantendo a harmonia do grupo com a propriedade associativa	10
Distribuindo uma variedade de valores.....	11
Conferindo uma identidade algébrica	12
Cantando in-versos	13
Ordenando as Operações	13
Equipando-se com a Propriedade Multiplicativa de Zero	14
Expondo as Regras Exponenciais.....	15
Multiplicação e divisão de expoentes.....	15
Chegando à raiz dos expoentes.....	15
Aumentando ou diminuindo o limite com expoentes.....	16
Dando-se bem com expoentes negativos.....	17
Implementando as Técnicas de Fatoração	17
Fatorando dois termos.....	17
Resolvendo três termos.....	18
Fatorando quatro ou mais termos por agrupamento	22
Capítulo 2: Andando Numa Linha Reta: Equações Lineares	23
Equações lineares: Lidando com o Primeiro Grau	23
Trabalhando com equações lineares básicas	24
Eliminando as frações.....	25
Isolando valores desconhecidos diferentes	26



Desigualdades Lineares: Terapia de Relacionamento Algébrico.....	28
Resolvendo desigualdades básicas.....	28
Apresentando a representação de intervalos.....	29
Compondo questões de desigualdade.....	30
Valor Absoluto: Deixando Tudo entre Barras.....	32
Resolvendo equações de valor absoluto.....	32
Enxergando por Meio de uma Desigualdade de Valor Absoluto.....	34
Capítulo 3: Resolvendo Equações Quadráticas.....	37
Resolvendo Equações Quadráticas Simples com a Regra da Raiz Quadrada..	38
Encontrando soluções de raízes quadradas simples.....	38
Trabalhando com soluções de raízes quadradas radicais.....	38
Transformando Equações Quadráticas em Fatores.....	39
Fatorando binômios.....	39
Fatorando trinômios.....	41
Fatorando por agrupamento.....	42
Recorrendo à Fórmula Quadrática.....	43
Encontrando soluções racionais.....	44
Lidando com soluções irracionais.....	44
Formulando grandes resultados quadráticos.....	45
Completando o Quadrado: Aquecendo-se para as Seções Cônicas.....	46
Elevando ao quadrado para resolver uma equação quadrática.....	46
Completando o quadrado duas vezes.....	48
Sendo Promovido a Quadráticas com Potências Altas (Sem Receber Aumento).....	49
Trabalhando com a soma ou diferença de cubos.....	50
Lidando com trinômios parecidos com quadráticas.....	51
Resolvendo Desigualdades Quadráticas.....	52
Mantendo as coisas estritamente quadráticas.....	53
Utilizando frações.....	54
Aumentando o número de fatores.....	55
Capítulo 4: Tirando a Raiz de Racionais, Radicais e Negativos.....	57
Agindo de Maneira Racional com Equações Cheias de Frações.....	57
Resolvendo equações racionais utilizando o MDC.....	58
Resolvendo equações racionais com proporções.....	62
Livrando-se de um Radical.....	65
Elevando ambos os lados de uma equação radical ao quadrado.....	65
Acalmando dois radicais.....	67
Mudando Atitudes Negativas em Relação a Expoentes.....	68
Tirando expoentes negativos da cena.....	69
Fatorando termos negativos para resolver equações.....	70
Brincando com Expoentes Fracionários.....	73
Combinando termos com expoentes fracionários.....	73
Fatorando expoentes fracionários.....	74
Resolvendo equações trabalhando com expoentes fracionários.....	74
Capítulo 5: Desenhando o Gráfico para uma Boa Vida.....	77
Coordenando Seus Esforços Gráficos.....	78

Identificando as partes do plano de coordenadas.....	78
Inserindo ponto a ponto.....	79
Facilitando o Processo de Gráfico com Interceptos e Simetria.....	80
Encontrando os interceptos de x e y	80
Refletindo sobre a simetria de um gráfico.....	82
Desenhando o Gráfico de Retas.....	84
Encontrando o coeficiente angular de uma reta	85
Resolvendo dois tipos de equações para retas.....	86
Identificando retas paralelas e perpendiculares	88
Observando as 10 Formas Básicas.....	89
Retas e quadráticas.....	90
Seções cúbicas e quadráticas	90
Radicais e racionais.....	91
Curvas exponenciais e logarítmicas.....	92
Valores absolutos e círculos	93
Resolvendo Problemas com uma Calculadora Gráfica.....	93
Inserindo equações em calculadoras gráficas corretamente	94
Olhando pela janela gráfica	96

Parte II: Enfrentando as Funções..... 97

Capítulo 6: Formulando os Fatos sobre Funções.....99

Definindo Funções.....	99
Apresentando a representação de funções.....	100
Avaliando funções	100
Entendendo Domínio e Imagem	101
Determinando o domínio de uma função	101
Descrevendo a imagem de uma função	102
Apostando em Funções Pares e Ímpares.....	104
Reconhecendo funções pares e ímpares.....	104
Aplicando funções pares e ímpares a gráficos	105
Enfrentando Confrontos Injetivos.....	106
Definindo funções injetivas ou injetoras.....	106
Eliminando violações injetivas.....	107
Separando as Partes com Funções Definidas em Trechos	108
Trabalhando com trechos.....	108
Aplicando funções definidas em trechos	110
Compondo a Si Mesmo e às Funções	111
Realizando composições.....	112
Simplificando o coeficiente diferencial	113
Cantando in-Versos.....	114
Determinando se funções são inversas.....	114
Resolvendo a inversa de uma função	115

Capítulo 7: Elaborando e Interpretando Funções Quadráticas.....117

Interpretando o Formato Padrão das Quadráticas.....	117
Começando com “a” no formato padrão	118

Seguindo com “b” e “c”	119
Investigando Interceptos em Quadráticas.....	120
Encontrando o único intercepto de y.....	120
Encontrando os interceptos de x	122
Indo ao Extremo: Encontrando o Vértice.....	124
Alinhando-se ao Longo do Eixo de Simetria	126
Desenhando um Gráfico a Partir das Informações Disponíveis	127
Aplicando as Quadráticas ao Mundo Real	129
Vendendo velas	129
Arremessando bolas de basquete	130
Lançando uma bexiga d’água	131

Capítulo 8: Prestando Atenção às Curvas: Polinômios..... 133

Observando o Formato Polinomial Padrão	133
Explorando Interceptos Polinomiais e Pontos de Inflexão	134
Interpretando o valor relativo e o valor absoluto.....	135
Contando interceptos e pontos de inflexão.....	136
Encontrando interceptos polinomiais.....	137
Determinando Intervalos Positivos e Negativos	139
Usando uma reta de sinais.....	139
Interpretando a regra.....	141
Encontrando as Raízes de um Polinômio	142
Fatorando raízes polinomiais	143
Mantendo a sanidade: o Teorema da Raiz Racional	145
Deixando Descartes estipular uma regra sobre sinais.....	148
Sintetizando os Resultados das Raízes	149
Usando a divisão sintética para testar raízes	150
Dividindo sinteticamente por um binômio.....	153
Espremendo o Resto (Teorema)	154

Capítulo 9: Confiando na Razão: Funções Racionais 157

Explorando Funções Racionais.....	158
Medindo o domínio	158
Apresentando os interceptos.....	159
Adicionando Assíntotas aos Racionais.....	159
Determinando as equações das assíntotas verticais	160
Determinando as equações das assíntotas horizontais	160
Desenhando o gráfico de assíntotas verticais e horizontais	161
Esmiuçando os números e desenhando o gráfico de assíntotas oblíquas	162
Trabalhando com Descontinuidades Removíveis.....	164
Remoção por fatoração.....	164
Avaliando as restrições de remoção	165
Mostrando descontinuidades removíveis em um gráfico.....	165
Impulsionando os Limites de Funções Racionais.....	166
Avaliando limites em descontinuidades	168
Indo ao infinito	170
Tomando limites racionais no infinito.....	172
Juntando Tudo: Desenhando Gráficos Racionais a Partir de Dicas.....	173

Capítulo 10: Expondo Funções Exponenciais e Logarítmicas 177

Avaliando as Expressões Exponenciais	177
Funções Exponenciais: Tem Tudo a Ver com a Base	178
Observando as tendências nas bases	179
Conhecendo as bases mais frequentemente usadas: 10 e e	180
Resolvendo Equações Exponenciais	182
Fazendo as bases corresponderem	182
Reconhecendo e usando padrões quadráticos	184
Mostrando os “Juros” das Funções Exponenciais.....	185
Aplicando a fórmula dos juros compostos	185
Observando os juros compostos contínuos	188
Ligando-se nas Funções Logarítmicas	189
Conhecendo as propriedades dos logaritmos	189
Colocando os logs para trabalhar.....	190
Resolvendo Equações Logarítmicas.....	193
Estabelecendo log como sendo igual a log	193
Reescrevendo equações de log como exponenciais	195
Desenhando o Gráfico de Funções Exponenciais e Logarítmicas	196
Expondo sobre o expoente	196
Não vendo os logs como o todo.....	198

Parte III: Conquistando Seções Cônicas e Sistemas de Equações.. 201

Capítulo 11: Cortando Seções Cônicas 203

Cortando um Cone.....	203
Abrindo Todos os Caminhos com Parábolas	204
Observando as parábolas com vértices na origem	205
Observando o formato geral das equações das parábolas	208
Desenhando os gráficos das parábolas	209
Convertendo equações parabólicas para o formato padrão.....	212
Dando Voltas em Círculos Cônicos.....	213
Padronizando o círculo.....	213
Especializando-se em círculos.....	214
Preparando Seus Olhos para Elipses Solares	215
Elevando os padrões de uma elipse	216
Desenhando uma rota elíptica.....	218
Sentindo-se Hiperbem com as Hipérboles	219
Incluindo as assíntotas.....	220
Desenhando o gráfico de hipérboles.....	222
Identificando Seções Cônicas a Partir de suas Equações, Sejam Elas Padrão ou Não.....	223

Capítulo 12: Resolvendo Sistemas de Equações Lineares 225

Observando o Formato Padrão de Sistemas Lineares e Suas Possíveis Soluções.....	226
Desenhando o Gráfico de Soluções de Sistemas Lineares.....	226

Identificando a intersecção	227
Percorrendo a mesma reta duas vezes.....	228
Trabalhando com retas paralelas	228
Eliminando Sistemas de Duas Equações Lineares com a Adição	229
Chegando a um ponto de eliminação	230
Reconhecendo soluções para retas paralelas e coexistentes	231
Resolvendo Sistemas de Duas Equações Lineares pela Substituição	232
Substituição de variáveis facilitada.....	232
Identificando retas paralelas e coexistentes	233
Usando a Regra de Cramer para Derrotar Frações Indóceis	235
Estabelecendo o sistema linear para Cramer.....	235
Aplicando a Regra de Cramer a um sistema linear	236
Elevando Sistemas Lineares a Três Equações Lineares	237
Resolvendo sistemas de três equações com a álgebra	237
Chegando a uma solução generalizada para combinações lineares.....	239
Elevando a Aposto com Equações Aumentadas.....	241
Aplicando Sistemas Lineares ao Nosso Mundo em 3D	243
Usando Sistemas para Decompor Frações	244

Capítulo 13: Resolvendo Sistemas de Equações e Desigualdades Não Lineares 247

Cruzando Parábolas com Retas	247
Determinando o(s) ponto(s) em que uma reta e uma parábola cruzam caminhos.....	248
Lidando com uma solução que não é uma solução.....	250
Mesclando Parábolas e Círculos	251
Trabalhando com intersecções múltiplas.....	252
Classificando as soluções	254
Planejando o Ataque em Outros Sistemas de Equações.....	255
Misturando polinômios e retas.....	256
Cruzando polinômios.....	257
Navegando por intersecções exponenciais.....	259
Arredondando funções racionais	261
Jogando Limpo com as Desigualdades.....	264
Desenhando e acabando com desigualdades	264
Desenhando o gráfico de áreas com curvas e retas	265

Parte IV: Mudando a Marcha com Conceitos Avançados..... 267

Capítulo 14: Simplificando Números Complexos em um Mundo Complexo 269

Usando Sua Imaginação para Simplificar Potências de i	270
Entendendo a Complexidade dos Números Complexos.....	271
Operando com números complexos.....	272
Multiplicando pelo conjugado para realizar a divisão.....	273
Simplificando radicais.....	275

Resolvendo Equações Quadráticas com Soluções Complexas.....	276
Trabalhando em Polinômios com Soluções Complexas.....	278
Identificando pares conjugados.....	278
Interpretando zeros complexos.....	279
Capítulo 15: Movimentando-se com Matrizes	281
Descrevendo os Diferentes Tipos de Matrizes.....	282
Matrizes com linhas e colunas	282
Matrizes quadradas.....	283
Matrizes de zero	283
Matrizes de identidade.....	284
Realizando Operações com Matrizes.....	284
Adicionando e subtraindo matrizes	285
Multiplicando matrizes por escalares	286
Multiplicando duas matrizes	286
Aplicando matrizes e operações	288
Definindo Operações em Linhas.....	292
Encontrando Matrizes Inversas	293
Determinando inversos aditivos.....	294
Determinando inversos multiplicativos	294
Dividindo Matrizes Usando Inversas	299
Usando Matrizes para Encontrar Soluções para Sistemas de Equações.....	300
Capítulo 16: Fazendo uma Lista: Sequências e Séries.....	303
Entendendo a Terminologia das Sequências.....	303
Usando a representação de sequências	304
Fatoriais sem medo em sequências.....	304
Alternando padrões sequenciais	305
Procurando por padrões sequenciais	306
Observando Sequências Aritméticas e Geométricas.....	309
Encontrando uma base comum: sequências aritméticas.....	309
Adotando a abordagem multiplicativa: Sequências geométricas.....	311
Definindo Funções Recursivamente.....	312
Realizando uma Série de Movimentos	313
Apresentando a representação de somatória	314
Somando aritmeticamente	315
Somando geometricamente	316
Aplicando Somas de Sequências ao Mundo Real.....	318
Limpando um anfiteatro	318
Negociando sua mesada.....	319
Arremessando uma bola.....	320
Destacando Fórmulas Especiais	322
Capítulo 17: Tudo o que Você Queria Saber sobre Conjuntos	323
Revelando a Representação de Conjuntos.....	323
Listando elementos com uma lista	324
Construindo conjuntos a partir do zero	324
É tudo (conjunto universal) ou nada (conjunto vazio)	325
Entrando em cena com subconjuntos.....	325

Realizando Operações em Conjuntos	327
Celebrando a união de dois conjuntos.....	327
Olhando para os dois lados em intersecções de conjuntos	328
Sentindo-se complementar em relação a conjuntos	329
Contando os elementos em conjuntos	329
Desenhando Diagramas de Venn Quando Quiser.....	330
Aplicando o diagrama de Venn	331
Usando os diagramas de Venn com operações em conjuntos	332
Adicionando um conjunto a um diagrama de Venn	333
Concentrando-se nos Fatoriais	336
Tornando os fatoriais manejáveis	336
Simplificando fatoriais.....	337
Quanto Eu te Amo? Deixe-me Contar	338
Aplicando o princípio da multiplicação aos conjuntos	338
Organizando permutações de conjuntos.....	339
Misturando conjuntos com combinações.....	343
Espalhando os Ramos com Diagramas de Árvore.....	344
Imaginando um diagrama de árvore para uma permutação.....	345
Desenhando um diagrama de árvore para uma combinação	346
Parte V: A Parte dos Dez	347
Capítulo 18: Dez Truques de Multiplicação	349
Elevando Números que Terminam com 5 ao Quadrado.....	349
Encontrando o Próximo Quadrado Perfeito	350
Reconhecendo o Padrão em Múltiplos de 9	350
Excluindo 9s.....	350
Excluindo 9s: Os Movimentos de Multiplicação.....	352
Multiplicando por 11	352
Multiplicando por 5.....	353
Encontrando Denominadores Comuns.....	354
Determinando Divisores.....	354
Multiplicando Números com Dois Dígitos	355
Capítulo 19: Dez Tipos Especiais de Números	357
Números Triangulares.....	357
Números Quadrados.....	358
Números Hexagonais	358
Números Perfeitos	359
Números Amigáveis	359
Números Felizes	359
Números Abundantes	359
Números Deficientes.....	360
Números Narcisistas	360
Números Primos.....	360
Índice	361

Introdução



Aqui está você, pensando em ler um livro sobre Álgebra II. Não é um romance misterioso, embora seja possível encontrar pessoas que achem que matemática em geral é um mistério. Não é um relato histórico, embora encontremos algumas curiosidades históricas espalhadas aqui e ali. Não se trata de ficção científica; a matemática é uma ciência, mas você encontrará mais fatos que ficção. Como Joe Friday (estrela da antiga série *Dragnet*) diz, “Os fatos, madame, apenas os fatos”. Este livro não é uma leitura leve, embora eu tente usar de humor sempre que possível. O que você encontra aqui é uma amostra de como eu ensino: revelando mistérios, trabalhando com perspectivas históricas, oferecendo informações e apresentando os tópicos de Álgebra II com humor. Este livro possui o melhor de todos os estilos literários! Com o passar dos anos, eu experimentei muitas abordagens de ensino da álgebra, e espero que, com este livro, esteja ajudando você a lidar com outros métodos de ensino.

Sobre Este Livro

Como você está interessado neste livro, provavelmente se encaixa em uma dessas quatro categorias:

- ✔ Você acabou de terminar Álgebra I e tem vontade de começar essa nova aventura.
- ✔ Faz um tempo que não estuda álgebra, mas matemática sempre foi seu ponto forte, por isso, não quer começar tão do começo.
- ✔ Seu filho é um aluno que está começando a estudar ou tendo um pouco de problema com as aulas de Álgebra II e você quer ajudar.
- ✔ Você tem uma curiosidade natural sobre ciência e matemática e quer estudar tudo o que há de bom em Álgebra II.

Independentemente da categoria que represente (e eu posso ter ignorado uma ou duas), você encontrará o que precisa neste livro. É possível que encontre alguns tópicos avançados de álgebra, mas também discuto o necessário sobre o básico. Você encontrará muitas ligações — as maneiras como diferentes tópicos da álgebra se conectam uns com os outros e como a álgebra se conecta a outras áreas da matemática.

Afinal, as diversas outras áreas da matemática influenciam Álgebra II. A álgebra é o passaporte para estudar cálculo, trigonometria, teoria dos números, geometria e todos os tipos de matemática divertida. A álgebra é básica, e aquela que você encontra aqui o ajudará a aprimorar suas habilidades e conhecimentos para que você possa se sair bem em cursos de matemática e, possivelmente, estudar outros tópicos dessa área.

Convenções Usadas Neste Livro

Para ajudá-lo a percorrer este livro, uso as seguintes convenções:

- ✓ **Itálico** em termos matemáticos especiais, que defino para que você não tenha que fazer pesquisa.
- ✓ **Negrito** para indicar palavras-chave em listas de tópicos ou as partes de ação em passos numerados. Descrevo muitos procedimentos algébricos em um formato passo a passo, e depois uso esses passos em alguns exemplos.
- ✓ Textos complementares são caixas com fundo cinza que contêm informações que você pode achar interessante, mas esses textos não são necessariamente críticos para o seu entendimento do capítulo ou tópico.

Penso que...

Álgebra II é essencialmente uma continuação de Álgebra I, por isso, há algumas suposições que preciso fazer sobre alguém que quer (ou que precisa) estudar álgebra com mais profundidade.

Suponho que uma pessoa que está lendo sobre Álgebra II já tenha um entendimento da aritmética de números com sinais — como combinar números positivos e negativos e chegar ao sinal correto. Outra suposição que faço é que você saiba corretamente a ordem das operações. Trabalhar com equações e expressões algébricas requer que você conheça as regras sobre a ordem. Imagine-se em uma reunião ou em um tribunal. Você não ia querer ser taxado de desordenado!

Suponho que as pessoas que concluem Álgebra I com êxito saibam resolver equações e desenhar gráficos básicos. Embora eu revise brevemente esses tópicos neste livro, suponho que você tenha um conhecimento geral dos procedimentos necessários. Também suponho que conheça os termos básicos com que se depara em Álgebra I, como:

- ✓ **binômio**: uma expressão com dois termos.
- ✓ **coeficiente**: o multiplicador ou fator de uma variável.
- ✓ **constante**: um número que não muda em valor.
- ✓ **expressão**: combinação de números e variáveis agrupados — sem ser uma equação ou desigualdade.
- ✓ **fator**: algo que se multiplica por outra coisa.
- ✓ **fatorar**: mudar o formato de diversos termos adicionados em um produto.

- ✓ **linear:** uma expressão na qual a potência mais alta de qualquer termo variável é um.
- ✓ **monômio:** uma expressão com apenas um termo (literal).
- ✓ **polinômio:** uma expressão com diversos termos (literais).
- ✓ **quadrática:** uma expressão na qual a potência mais alta de qualquer termo variável é dois.
- ✓ **simplificar:** alterar uma expressão para um formato equivalente que você combinou, reduziu, fatorou ou, de outra forma, tornou mais trabalhável.
- ✓ **resolver:** encontrar o valor ou valores da variável que torna uma afirmação verdadeira.
- ✓ **termo:** um agrupamento de constantes e variáveis conectados por símbolos de multiplicação, divisão ou agrupamento e separados de outros termos constantes e variáveis por adição ou subtração.
- ✓ **trinômio:** uma expressão com três termos (literais).
- ✓ **variável:** algo que pode ter muitos valores (geralmente representado por uma letra para indicar que há muitas opções para seu valor).

Se você se sentir um pouco confuso após ler alguns capítulos, uma boa ideia é consultar o livro *Álgebra I Para Leigos*, publicado pela editora Alta Books, para obter uma explicação mais completa dos fundamentos básicos. Não ficarei magoada se você o consultar; ele também foi escrito por mim!

Como Este Livro Está Organizado

Este livro é dividido em partes que discutem os fundamentos básicos, seguidas por partes que discutem habilidades para a resolução de equações e funções e, ainda, partes que apresentam algumas aplicações de tais conhecimentos. Os capítulos em cada parte compartilham uma linha de pensamento em comum, que ajuda você a manter tudo em ordem.

Parte I: Dominando as Soluções Básicas

A Parte I se concentra no básico da álgebra e em resolver equações e fatorar expressões de maneira rápida e eficaz — competências que serão usadas durante todo o livro. Por esse motivo, este material oferece consulta rápida e fácil.

Os primeiros quatro capítulos trabalham a resolução de equações e desigualdades. As técnicas que discuto nesses capítulos não apenas mostram como encontrar as soluções, mas também como escrevê-las de forma que qualquer pessoa que leia seu trabalho possa entender aquilo que encontrou. Eu começo com equações lineares e desigualdades e depois sigo para quadráticas, equações racionais e equações radicais.

O capítulo final oferece uma introdução (ou lembrete, conforme for o caso) do sistema de coordenadas — o meio padrão usado para desenhar o gráfico de funções e expressões matemáticas. Usar o sistema de coordenadas é mais ou menos como ler um mapa, no qual você liga as letras aos números para encontrar uma cidade. Os gráficos tornam os processos algébricos mais claros, e desenhar gráficos é uma boa maneira de trabalhar com sistemas de equações — procurando pelos lugares onde as curvas são intersectadas.

Parte II: Enfrentando as Funções

A Parte II trabalha com os diversos tipos de funções encontradas em Álgebra II: funções algébricas, exponenciais e logarítmicas.

Uma *função* é um tipo muito especial de relação que você pode definir com números e letras. O mistério envolvendo algumas expressões e funções matemáticas se esclarece quando aplicamos as propriedades básicas da função, que eu apresento nesta parte. Por exemplo, o domínio de uma função tem a ver com as assíntotas de uma função racional, e o inverso de uma função é essencial para funções exponenciais e logarítmicas. Existem muitas ligações.

Alguns desses termos parecem um pouco assustadores (assíntota, domínio, racional, e assim por diante)? Não se preocupe. Eu explico todos em detalhes nos capítulos da Parte II.

Parte III: Conquistando Seções Cônicas e Sistemas de Equações

A Parte III se concentra na elaboração de gráficos e nos sistemas de equações — tópicos que são apresentados conjuntamente devido às suas propriedades e métodos que se sobrepõem. Desenhar um gráfico é mais ou menos como pintar um quadro; você vê aquilo que o criador quer que você veja, mas também pode procurar pelos significados ocultos.

Nesta parte, você descobrirá maneiras de representar curvas matemáticas e sistemas de equações, e encontrará métodos alternativos para resolver esses sistemas. Sistemas de equações podem conter equações lineares com duas, três e até mais variáveis. Sistemas não lineares possuem curvas intersectadas por linhas, círculos intersectados uns pelos outros, e todo tipo de combinações de curvas e linhas que cruzam e recruzam umas às outras. Você também descobre como resolver sistemas de desigualdades. Isso exige um pouco de serviço na sombra — oops, não, serviço de *sombreado*. As soluções são seções inteiras de um gráfico.

Parte IV: Acelerando o Ritmo com Conceitos Avançados

Acho difícil classificar os capítulos na Parte IV em uma única palavra ou frase. Podemos simplesmente chamá-los de especiais ou consequentes. Entre os tópicos que discuto estão as matrizes, que oferecem maneiras de organizar os números e realizar operações com eles; sequências e séries, que oferecem outras maneiras de organizar os números, mas com regras melhores e mais claras de falar sobre eles; e o conjunto, um método organizacional com uma aritmética própria e especial. Parece que todos os tópicos daqui apresentam uma linha de organização comum, mas na verdade são bastante diferentes e interessantes de estudar e trabalhar. Após ter concluído essa parte, você estará em sua melhor forma para ter aulas de matemática de nível avançado.

Parte V: A Parte dos Dez

A Parte dos Dez oferece listas de curiosidades. Muitas coisas boas vêm em grupos de dez: dedos das mãos e dos pés, notas de dinheiro e as coisas da minha lista! Todo mundo tem uma maneira única de pensar sobre números e operações com números; nesta parte, você encontra dez maneiras especiais de multiplicar números de cabeça. Aposto que nunca viu todos esses truques antes! Também existem muitas maneiras de categorizar o mesmo número. O número nove é ímpar, um múltiplo de três e um número quadrado, apenas para começar. Portanto, também apresento uma lista de dez maneiras únicas de categorizar números.

Ícones Usados Neste Livro

Os ícones que aparecem neste livro são ótimos para chamar a atenção para aquilo que você precisa lembrar ou o que precisa evitar ao estudar álgebra. Pense nos ícones como placas ao longo da Estrada Álgebra II; você presta atenção às placas — e não passa por cima delas!



Este ícone apresenta as regras da estrada. Não se pode ir a lugar algum sem indicações — e em álgebra, não se pode chegar a lugar algum sem seguir as regras que governam a maneira de lidar com as operações. No lugar de “Não atravesse na faixa amarela,” você vê “Inverta o sinal ao multiplicar por um negativo.” Não seguir as regras resulta em todo tipo de apuros com a Polícia da Álgebra (isto é, seu professor).

6 Álgebra II para Leigos



Este ícone é como a placa que alerta sobre a presença de um estádio esportivo, museu ou marco histórico. Use essas informações para aprimorar sua mente, e coloque as informações em ação para melhorar suas habilidades de resolução de problemas de álgebra.



Este ícone informa quando você chegou a um ponto na estrada em que deve absorver a informação antes de prosseguir. Pense nele como uma parada para observar um pôr do sol informativo. Não se esqueça que ainda há outros 50 quilômetros até o destino. Lembre-se de conferir suas respostas ao trabalhar com equações racionais.



Este ícone alerta em relação aos perigos comuns e deslizes que podem enganar você — são do tipo “Cuidado com Desmoronamentos” ou “Via de Cruzamento.” Aqueles que já passaram na sua frente descobriram que esses itens podem causar grandes fracassos no futuro se você não tomar cuidado.



Sim, Álgebra II apresenta alguns itens técnicos que você pode se interessar em conhecer. Pense no termômetro ou odômetro em seu painel. As informações que eles apresentam são úteis, mas você pode dirigir sem elas, então, pode simplesmente dar uma olhadela e seguir em frente se tudo estiver em ordem.

De Lá para Cá, Daqui para Lá

Estou muito contente que você esteja disposto, capaz e pronto para começar uma investigação sobre Álgebra II. Se está tão animado que quer ler todo o material do começo ao fim, ótimo! Mas você não precisa ler o material da página um, depois a página dois e assim por diante. Pode ir direto para o tópico ou tópicos que quer ou precisa, e consultar materiais anteriores se necessário. Também pode pular adiante se sentir vontade. Incluo referências cruzadas claras nos capítulos que indicam o capítulo ou a seção em que você pode encontrar um tópico específico — especialmente se for algo que precisa para o material que está estudando ou se o tópico estender ou se aprofundar na discussão em mãos.

Você pode usar o sumário no início do livro e o índice no final para ir até o tópico que precisa estudar. Ou, se é do tipo de pessoa mais espontânea, erga o dedo, abra o livro e marque um ponto. Independentemente da sua motivação ou da técnica que utilizar para ler o livro, você não se perderá, pois pode seguir em qualquer direção a partir daqui.

Divirta-se!

Parte I: Dominando as Soluções Básicas

A 5ª Onda

Por Rich Tennant



Nesta parte...

Os capítulos da Parte I oferecem o básico para resolver equações algébricas. Começo com um lembrete de alguns dos pontos-chave que você estudou em Álgebra I, muito tempo atrás (ou que parece ter estudado há muito tempo, mesmo que você só tenha tirado um semestre de folga ou estivesse de férias). Você logo se lembrará que resolver uma equação para encontrar uma resposta é simplesmente formidável, excelente, demais, ou seja qual for sua expressão favorita de apreço.

Após relembrar o básico, eu apresentarei uma série de novos conceitos. Você descobrirá como resolver equações lineares, equações quadráticas e com frações, radicais e expoentes complicados. Encerrarei esta parte com um curso rápido de Gráficos Passo a Passo. Tudo isso somente pelo preço da matrícula.

Capítulo 1

Indo Além dos Fundamentos da Álgebra

Neste Capítulo

- ▶ Observando (e usando) as regras da álgebra
- ▶ Adicionando a propriedade multiplicativa de zero ao seu repertório
- ▶ Elevando a potência exponencial
- ▶ Observando produtos especiais e fatoração

A álgebra é um ramo da matemática que as pessoas estudam antes de prosseguir para outras áreas ou ramos da matemática e da ciência. Por exemplo, usam-se os processos e mecanismos da álgebra em cálculo para concluir o estudo da mudança; usa-se álgebra em probabilidade e estatística para estudar médias e expectativas; e usa-se álgebra em química para trabalhar o equilíbrio entre compostos químicos. A álgebra sozinha é harmoniosamente agradável, mas ela ganha nova vida quando utilizada para outras aplicações.

Qualquer estudo de ciência ou matemática envolve regras e padrões. Você aborda o assunto com as regras e padrões que já conhece, e complementa essas regras com um estudo mais aprofundado. A recompensa são todos os novos horizontes que se abrem.

Qualquer discussão sobre álgebra presume que você esteja usando a representação e a terminologia corretas. *Álgebra I* (consulte *Álgebra Para Leigos*, da editora Alta Books) começa com a combinação correta dos termos, a realização de operações com números com sinais e o uso de expoentes de modo ordenado. Você também resolve os tipos básicos de equações lineares e quadráticas. *Álgebra II* discute outros tipos de funções, como funções exponenciais e logarítmicas, e tópicos que servem como pontos de introdução para outros cursos de matemática.

É possível caracterizar qualquer discussão sobre álgebra — em qualquer nível — da seguinte forma: simplificar, resolver e comunicar.

Detalhando um pouco mais, os fundamentos da álgebra incluem regras para trabalhar com equações, regras para usar e combinar termos com expoentes, padrões a serem usados ao fatorar expressões e uma ordem geral para combinar todas as situações antecedentes. Neste capítulo, eu apresento esses fundamentos para que você possa aprofundar seu estudo da álgebra e se sentir confiante em suas capacidades algébricas. Consulte essas regras sempre que necessário ao investigar os diversos tópicos avançados da álgebra.



Detalhando as Propriedades da Álgebra

Os matemáticos desenvolveram as regras e as propriedades usadas em álgebra para que cada aluno, pesquisador, acadêmico curioso e *nerd* entediado que trabalhassem com o mesmo problema chegassem à mesma resposta — independentemente do tempo ou do lugar. Você não quer que as regras mudem todos os dias (e eu não quero ter de escrever um novo livro todos os anos!); quer consistência e segurança, o que pode conseguir com as fortes regras e propriedades da álgebra que apresento nesta seção.

Mantendo a ordem com a propriedade comutativa



A *propriedade comutativa* se aplica às operações de adição e multiplicação. Ela afirma que você pode mudar a ordem dos valores em uma operação sem mudar o resultado final:

$$a + b = b + a$$

Propriedade comutativa da adição

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Propriedade comutativa da multiplicação

Se você adicionar 2 e 3, obterá 5. Se adicionar 3 e 2, ainda obterá 5. Se você multiplicar 2 por 3, obterá 6. Se multiplicar 3 por 2, ainda obterá 6.

As expressões algébricas geralmente aparecem em uma ordem específica, o que é útil quando você tem de lidar com variáveis e coeficientes. A parte do número vem primeiro, seguida pelas letras, em ordem alfabética. Mas a beleza da propriedade comutativa é que $2xyz$ é o mesmo que $x2zy$. Você não tem um bom motivo para escrever a expressão nessa segunda ordem misturada, mas é útil saber que pode trocar a ordem quando precisar.

Mantendo a harmonia do grupo com a propriedade associativa



Assim como a propriedade comutativa (consulte a seção anterior), a propriedade associativa se aplica somente às operações de adição e multiplicação. A *propriedade associativa* afirma que você pode mudar o agrupamento das operações sem mudar o resultado:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Propriedade associativa da adição

$$a (b \cdot c) = (a \cdot b)c$$

Propriedade associativa da multiplicação