Trigonometria Para leigos

Trigonometria é o estudo dos triângulos, que contêm ângulos, claro. Conheça algumas regras especiais para ângulos e várias outras funções, definições e translações importantes. Senos e cossenos são duas funções trigonométricas que pesam bastante em qualquer estudo de trigonometria; elas têm suas próprias fórmulas e regras que você gostará de entender se planeja estudar trigonometria por muito tempo.

FÓRMULAS PARA AJUDÁ-LO EM TRIGONOMETRIA

Muitas das fórmulas usadas em trigonometria também são encontradas em álgebra e geometria analítica. Mas a trigonometria também tem algumas fórmulas especiais normalmente encontradas apenas nessas discussões. Uma fórmula lhe fornece uma regra ou equação que você pode usar para trabalhar todas as vezes. Uma fórmula lhe dá um relacionamento entre quantidades e unidades específicas. O truque principal é saber o que as diferentes letras representam. Nas fórmulas dadas aqui, você tem: *r* (raio); *d* (diâmetro ou distância); *b* (base ou medida de um lado); *h* (altura); *a*, *b*, *c* (medidas dos lados); *x*, *y* (coordenadas em um gráfico); *m* (inclinação); *M* (ponto médio); *h*, *k* (distâncias horizontal e vertical a partir do centro); *θ* (ângulo teta); e *s* (comprimento do arco). As fórmulas específicas da trigonometria apresentam: *sen* (seno), *cos* (cosseno) e *tg* (tangente), embora apenas o sen esteja representado aqui.

- **Circunferência de um círculo:** $C = 2\pi r = \pi d$
- **Área de um círculo:** $A = \pi r^2$
- **Área de um triângulo:** $A = \frac{1}{2}bh$ ou $A = \frac{1}{2}bc \text{ sen } A$ ou $A = \frac{1}{2}ac \text{ sen } B$ ou $A = \frac{1}{2}ab \text{ sen } C$
- **Teorema de Pitágoras:** $a^2 + b^2 = c^2$
- **Fórmula da distância:** $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- **Fórmula do ponto médio:** $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- **Fórmula da inclinação:** $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Equação de um círculo:** $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
- **Equivalência grau/radiano:** $\frac{\theta^\circ}{180} = \frac{\theta^R}{\pi}$
- **Comprimento de um arco:** $s = \theta^R \cdot t$

TRIÂNGULOS RETÂNGULOS ESPECIAIS

Todo triângulo retângulo tem a propriedade que a soma dos quadrados dos dois menores lados é igual ao quadrado da *hipotenusa* (o lado mais longo). O Teorema de Pitágoras é escrito: $a^2 + b^2 = c^2$. O que os dois triângulos retângulos mostrados aqui têm de tão interessante é que você tem um relacionamento ainda mais especial entre as medidas dos lados — um que vai além (mas ainda funciona com) do Teorema de Pitágoras. Quando você tem um triângulo retângulo 30–60–90, a medida da hipotenusa é sempre duas vezes a medida do menor lado, e o outro lado é sempre

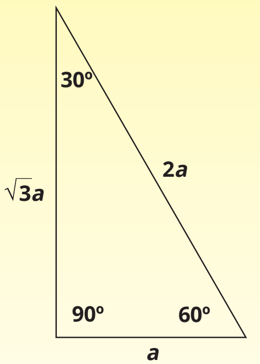
$\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ vezes (ou cerca de 1,7 vezes) o tamanho do menor lado. Com o triângulo retângulo isósceles, os dois lados são iguais e a hipotenusa é sempre

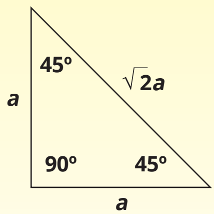
$\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ vezes (ou cerca de 1,4 vezes) o tamanho dos lados.

triângulo retângulo 30–60–90

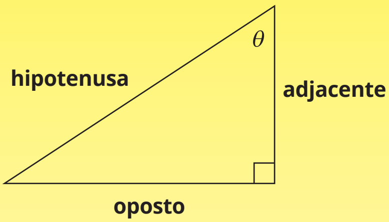


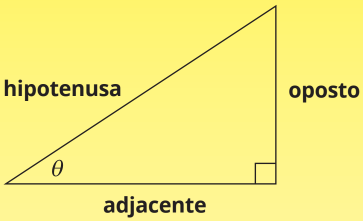
triângulo retângulo isósceles



DEFINIÇÕES DE TRIÂNGULO RETÂNGULO PARA FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

As funções trigonométricas básicas podem ser definidas com razões criadas pela divisão dos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo em uma ordem específica. O rótulo *hipotenusa* sempre será o mesmo — é o maior lado. Mas as designações de *oposto* e *adjacente* podem mudar — dependendo a qual ângulo você está se referindo em cada caso. O lado *oposto* é sempre o lado que não ajuda a criar o ângulo e o lado *adjacente* é sempre um dos lados do ângulo.





$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \csc\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{oposto}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{adjacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adjacente}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{adjacente}}{\text{oposto}}$$

DEFINIÇÕES DE COORDENADAS PARA FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

As funções trigonométricas podem ser definidas usando as medidas dos lados de um triângulo retângulo. Mas elas também têm definições muito úteis usando as coordenadas de pontos em um gráfico. Primeiro, defina o vértice de um ângulo como a origem — o ponto (0,0) — e defina que o lado inicial desse ângulo esteja ao longo do eixo *x* positivo e que o lado terminal seja uma rotação em sentido anti-horário. Então, quando o ponto (*x*,*y*) estiver em um círculo que é interceptado por esse lado terminal, as funções trigonométricas são definidas pelas seguintes razões, onde *r* é o raio do círculo.

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r} \qquad \csc\theta = \frac{r}{y}$$

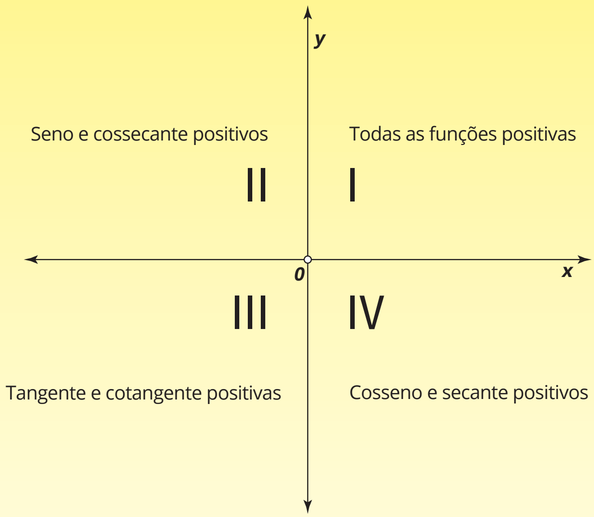
$$\cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \sec\theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y}$$

Trigonometria Para leigos

SINAIS DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NOS QUADRANTES

Um ângulo está na *posição padrão* quando seu vértice está na origem, seu lado inicial está no eixo *x* positivo e seu lado terminal gira em sentido anti-horário a partir do lado inicial. A posição do lado terminal determina o sinal das várias funções trigonométricas para esse ângulo. A seguir mostramos a você quais funções são positivas — e você pode supor que as outras funções são negativas nesse quadrante.



EQUIVALÊNCIA GRAU/RADIANO PARA ÂNGULOS SELECIONADOS

À medida que estuda trigonometria, você encontrará ocasiões em que precisará mudar graus para radianos, ou vice-versa. Uma fórmula para mudar de graus para radianos ou radianos para graus é:

$$\frac{\theta^\circ}{180} = \frac{\theta^R}{\pi}$$

A fórmula funciona para qualquer ângulo, mas os ângulos mais comumente usados e suas equivalências são mostrados abaixo.

Graus	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
Radianos	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

Trigonometria Para leigos

LEIS DOS SENOS E COSSENOS

As leis dos senos e cossenos lhe dão as relações entre os comprimentos dos lados e as funções trigonométricas dos ângulos. Essas leis são usadas quando você não tem um triângulo retângulo — elas funcionam em qualquer triângulo. Você determina qual lei usar com base nas informações que você tem. Em geral, o lado *a* é oposto ao ângulo *A*, o lado *b* é oposto ao ângulo *B* e o lado *c* é oposto ao ângulo *C*.

Lei dos senos:

$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c} \quad \text{e} \quad \frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

Lei dos cossenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS EXATAS PARA ÂNGULOS AGUDOS SELECIONADOS

Usando os comprimentos dos lados dos dois triângulos retângulos especiais — o triângulo retângulo 30–60–90 e o triângulo retângulo 45–45–90 — os seguintes valores exatos para funções trigonométricas são encontrados. Usando esses valores em conjunto com ângulos de referência e sinais das funções em diferentes quadrantes, você pode determinar os valores exatos dos múltiplos desses ângulos.

$\theta°$	0°	30°	45°	60°	90°
sen θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	indefinido