

JOCILDO FIGUEIREDO CORREIA NETO
JOSÉ WELLINGTON BRANDÃO

Valuation Empresarial

Avaliação de empresas
considerando o risco



ALTA BOOKS
E D I T O R A
Rio de Janeiro, 2018

Sumário

Introdução	1
Seção I: Fundamentos Matemáticos	5
1. Fundamentos de Matemática Financeira	7
Valor do Dinheiro no Tempo	7
Juros	9
Taxas de Juros	11
Métodos de Capitalização	14
Capitalização simples	15
Capitalização composta	17
Capitalização contínua	19
Equivalência de Capitais	22
Fluxos de Caixa Uniformes	29
Funções Úteis em Planilha Eletrônica	30
Função VP	31
Função VF	32
Função PGTO	33
2. Métodos de Orçamento de Capital	35
Valor Presente Líquido	36
Taxa Interna de Retorno	39
Valor Uniforme Equivalente	43

Situações Específicas do Valor Presente Líquido	46
Valor presente líquido com taxas variáveis de desconto	46
Valor presente de uma perpetuidade	51
Funções Úteis em Planilha Eletrônica	54
Função VPL	54
Função TIR	55

Seção II: Financiamento da Empresa **57**

3. Estrutura de Capital	59
Composição de Financiamento da Empresa	59
Capital Próprio	60
Ações ordinárias	62
Ações preferenciais	62
Lucros retidos	63
Capital de Terceiros	64
Dívida bancária	66
Títulos	66
Vantagens e Desvantagens das Fontes de Financiamento	67
Vantagens e desvantagens do ponto de vista da empresa	67
Vantagens e desvantagens do ponto de vista dos financiadores	69
4. Custo de Capital	71
Relação Entre os Custos de Capital Próprio e de Terceiros	71
Abordagens Sobre o Custo de Capital da Empresa	72
Custo do Capital de Terceiros	75
Por cotação	76
Por cálculo	76
Por aproximação	76
Custo do Capital Próprio	78
Custo das ações ordinárias	78
Custo das ações preferenciais	79
Custo dos lucros retidos	80
Valor presente dos dividendos	80
Modelos de precificação de ativos	83
Custo Médio Ponderado de Capital	86
Custo Médio Ponderado de Capital Variável	90
Relações dos Custos de Capital com Outros Elementos	93
Relação do custo de capital com o orçamento de capital	93
Relação do custo de capital com o risco da empresa	95

Seção III: Métodos de Avaliação de Empresas 97

5. Introdução às Abordagens de Avaliação de Empresas	99
Conceito de Valor	99
Valor Calculado e Valor Transacionado	100
Fatores que Influenciam o Valor da Empresa	104
Perspectivas da Avaliação	107
Ajustes dos Valores Calculados	109
Circunstância de Encerramento ou Continuidade da Empresa	110
Avaliando <i>Startups</i>	111
<i>Private Equity</i>	112
6. Métodos Determinísticos de Avaliação de Empresas	121
Métodos Patrimoniais	122
Múltiplos de Mercado	125
Fluxo de Caixa Descontado	131
Conceitos	131
Variáveis necessárias	132
Passos para avaliação de uma empresa	138
7. Métodos de Avaliação de Empresas Considerando o Risco	157
Conceitos de Incerteza e Risco	158
Medida de Risco e Valor da Empresa	160
Métodos de Avaliação Considerando o Risco	166
Análise de cenários	167
Simulação de Monte Carlo	172

Seção IV: Aplicação Prática e Modelos de Planilha 187

8. Exemplo de Aplicação	189
Empresa	189
Métodos Determinísticos de Avaliação	191
Método patrimonial	191
Múltiplos de mercado	195
Fluxo de caixa descontado	202

Métodos de Avaliação Considerando o Risco	221
Análise de cenários	222
Simulação de Monte Carlo	225
Sumário dos Valores da M. Dias Branco Considerando os Métodos Aplicados	235
9. Modelo em Planilha Eletrônica	239
Modelo Determinístico	239
Método patrimonial	240
Múltiplos de mercado	241
Fluxo de caixa descontado	243
Modelo Probabilístico	272
Análise de cenários	272
Simulação de Monte Carlo	274
Índice	315

Introdução

É notória a elevada quantidade de notícias a respeito de vendas, fusões e cisões de empresas no mercado. Nos últimos anos, transações dessas naturezas têm sido cada vez mais rotineiras, tanto em quantidades de empresas negociadas como em montantes financeiros envolvidos.

Além disso, tais transações não se limitam a empresas de grande porte. Também são observadas, com certa frequência, movimentações de empresas de pequeno e médio portes, até como um reflexo do interesse em startups por parte de investidores.

Tais transações podem ocorrer tanto no âmbito do mercado de capitais como por negociações diretas entre as partes. Por intermédio do mercado de capitais, uma empresa pode tornar-se pública, tendo suas ações (títulos que indicam parcela de sua propriedade) negociadas por meio de uma bolsa de valores entre investidores institucionais e/ou pessoais. A bolsa de valores estrutura um sistema padronizado para que as transações ocorram da maneira mais eficiente possível.

Por outro lado, as transações podem acontecer em um âmbito mais restrito de negociação, sem a intermediação do mercado de capitais. Neste caso, os potenciais compradores negociam diretamente com os vendedores, sem os normativos e as padronizações impostas pela bolsa de valores. Tal circunstância permite que as operações ocorram de forma específica e aderente às necessidades dos vendedores e compradores.

Em quaisquer dessas situações, antes do início dos esforços direcionados à transação propriamente dita, é fundamental que as partes envolvidas tenham estabelecido valores de referência pelo empreendimento. Dessa forma, elas sentarão à mesa de negociação portando, cada uma delas, um valor estimado do empreendimento, que servirá de parâmetro monetário máximo ou mínimo (a depender de sua posição, se de comprador ou de vendedor).

Em uma situação pouco esperada na prática (para não dizer impossível), os valores do empreendimento calculados pelas duas partes que estão negociando poderiam indicar o mesmo número. Em princípio, caso isso ocorra (reforçamos a baixíssima possibilidade de isso acontecer!), e desconsiderando quaisquer outros fatores de discordância, a negociação entre as partes seria bem fácil.

Porém, a situação mais comum em tais negociações é aquela em que as expectativas de valor não são convergentes. Compradores e vendedores o precificam diferentemente em função de níveis de conhecimento distintos sobre ele, de diferentes perspectivas sobre o seu futuro (crescimento, vendas, custos etc.) e, em certa medida, de premissas estabelecidas de maneira favorável ao seu interesse na negociação.

Em adição, outro contexto que possivelmente leva a preços desiguais estabelecidos por ambas as partes é em decorrência do método utilizado para fazer a avaliação do empreendimento. Há alguns métodos disponíveis para se atribuir esse tipo de valor, e, conforme o adotado, os resultados finais podem divergir; por vezes, com diferenças bem expressivas.

É nesse contexto de relevância e aplicabilidade práticas que este livro foi concebido. Seu propósito é apresentar o assunto “avaliação de empresas” sob uma ótica pragmática, sem, no entanto, negligenciar a fundamentação teórica requerida, tanto para o seu entendimento como para sua colocação em prática.

Valuation Empresarial: Avaliação de empresas considerando o risco está organizado em quatro seções. A primeira seção, denominada **Fundamentos Matemáticos**, apresenta a fundamentação básica de matemática financeira necessária para que a avaliação de uma empresa seja realizada. O capítulo 1, *Fundamentos de Matemática Financeira*, discorre sobre o conceito de valor do dinheiro no tempo, basilar para os métodos apresentados, e trata de alguns fundamentos conceituais e ferramentais da matemática financeira. Ele também introduz os conceitos de equivalência de capitais e fluxos de caixa uniformes, que são essenciais para os métodos de orçamento de capital trazidos no segundo capítulo. No capítulo 2, *Métodos de Orçamento de Capital*, são apresentados somente os métodos de

orçamento necessários ao escopo do livro (valor presente líquido, taxa interna de retorno e valor uniforme equivalente). Ao final de cada um desses dois capítulos, são mostradas funções em planilhas eletrônicas (Excel®) para auxiliar a implementação dos modelos. O leitor que estiver familiarizado com esses conceitos e ferramentas da matemática financeira pode pular essa seção sem prejuízo de entendimento posterior. Porém, para o leitor não familiarizado, recomenda-se sua leitura atenta. Os assuntos abordados nessa seção são um recorte da matemática financeira que permite o entendimento dos métodos de avaliação apresentados adiante no livro.

A segunda seção é denominada **Financiamento da Empresa**. Nela, os aspectos relacionados à forma de financiar a empresa, bastante úteis ao seu processo de avaliação, são abordados. O capítulo 3, *Estrutura de Capital*, apresenta o conceito do tema indicado no título. O capítulo 4, *Custo de Capital*, conceitua custo de capital, que decorre do assunto apresentado no terceiro capítulo.

A terceira seção, **Métodos de Avaliação de Empresas**, centra-se no ponto principal do livro. Ela objetiva apresentar as várias abordagens de avaliação de empresas disponíveis na literatura e empregadas nas operações que requerem a sua valoração. O capítulo 5, *Introdução às Abordagens de Avaliação de Empresas*, introduz aspectos de destaque sobre os métodos que serão apresentados. O capítulo 6, *Métodos Determinísticos de Avaliação de Empresas*, apresenta os métodos de avaliação denominados determinísticos. O capítulo 7, *Métodos de Avaliação de Empresas Considerando o Risco*, discute a existência do risco no processo de avaliação, que serve de base conceitual para os métodos que consideram o risco.

A quarta e última seção do livro é intitulada **Aplicação Prática e Modelos de Planilhas**. O capítulo 8, *Exemplo de Aplicação*, dedica-se a apresentar um caso de aplicação prática dos métodos mostrados anteriormente. A empresa utilizada como exemplo de avaliação é do setor industrial e tem capital aberto e negociado na bolsa de valores. O capítulo 9, *Modelo em Planilha Eletrônica*, ilustra dois modelos de planilhas desenvolvidas em Excel® para a realização de avaliação de empresas. O primeiro modelo é denominado determinístico e o segundo, probabilístico (conceitos devidamente explicados ao longo do livro).

Em relação aos modelos feitos para planilhas eletrônicas, é importante ressaltar que se espera um conhecimento prévio por parte do leitor sobre o uso delas. Este livro não tem o propósito direto de trazer conceitos básicos de utilização desses softwares, mas modelos de avaliação de empresas baseados nos elementos demonstrados ao longo dos capítulos prévios.

Ainda em relação a essas planilhas, elas têm uma característica comum, em maior ou menor medida, a todos os esforços de modelagem de uma realidade. Elas representam uma simulação de uma situação real que tem grau de complexidade acentuado e, como tal, podem não conseguir captar todas as suas nuances. Além disso, são modelos genéricos, os quais, por consequência e até mesmo impossibilidade, não são perfeitamente adequados a toda e qualquer circunstância de avaliação. Sendo assim, as planilhas apresentadas e disponibilizadas no site da editora (www.altabooks.com.br) devem servir apenas de ponto de partida para o leitor desenvolver seus próprios modelos, estes, sim, adequados à sua realidade e necessidade.

O público-alvo deste livro é composto por executivos de níveis diferenciados na hierarquia das organizações que estejam ou estarão envolvidos direta ou indiretamente em processos de avaliação de empresas. Incluem-se também os estudantes de cursos ligados a negócios (Administração, Economia, Contabilidade etc.) que precisam de uma referência teórica e prática do assunto.

SI

Seção I
Fundamentos
Matemáticos

1. Fundamentos de Matemática Financeira

Toda transação de empresas deve levar em conta o fator tempo. Tipicamente, isso deve-se a dois motivos. Primeiro, porque, de modo geral, o processo de negociação e (talvez) de concretização demandam um certo tempo. Há várias etapas que costumam ocorrer, como coleta e análise de dados, levantamento de premissas para o comportamento futuro da empresa, elaboração das projeções financeiras, montagem das apresentações e material de divulgação e rodadas de negociações propriamente ditas. Há inúmeras idas e vindas que podem se estender por meses. Não obstante, isso não exclui algumas negociações que ocorrem em períodos muito curtos.

Segundo, e mais relevante, porque, independentemente do método empregado para fazer a avaliação, toda fundamentação costuma ser baseada em movimentações financeiras que ocorreram, ocorrem ou ocorrerão ao longo de um período de tempo considerável. Sendo assim, é essencial analisar tais movimentações respeitando alguns princípios e conceitos básicos da matemática financeira, os quais têm relação direta com o fator tempo. Caso eles não sejam devidamente contemplados, as análises carecerão de um rigor técnico mínimo e, conseqüentemente, apresentarão um grau inadequado de qualidade.

Este capítulo apresenta, de forma direcionada aos propósitos do livro, alguns conceitos básicos da matemática financeira essenciais ao entendimento posterior do assunto. Ele inicia com uma discussão sobre o valor do dinheiro no tempo e passa para os conceitos de juros, taxas de juros e formas de capitalização. Em

seguida, discute-se a equivalência de capitais e fluxos de caixa uniformes, finalizando com a apresentação de algumas funções em planilha eletrônica Excel® que permitem implementar as operações.

Valor do Dinheiro no Tempo

Há incontáveis operações financeiras que podem ser observadas no mercado. Desde operações simples, tais como o desconto de uma duplicata ou a remuneração de um título de renda fixa, até aquelas com maior grau de complexidade, como as que envolvem compras e vendas de instrumentos derivativos, por exemplo.

Normalmente, operações financeiras costumam ser classificadas em ativas e passivas. As ativas são aquelas que representam investimentos. Elas costumam se iniciar com desembolsos de caixa, a partir dos quais esperam-se retornos financeiros na forma de entradas de caixa durante certo tempo, o que representa a sua compensação financeira pelos investimentos realizados. As operações passivas, por sua vez, representam financiamentos. Um indivíduo ou uma empresa capta recursos financeiros junto a um credor, a quem, posteriormente, devolverá os recursos emprestados acrescidos de uma compensação financeira (saídas de caixa).

A despeito de vários aspectos que as diferenciam, podemos destacar um ponto amplamente comum a elas. As operações não costumam ocorrer no mesmo dia, demandando um certo período de tempo para serem concretizadas. O desconto de uma duplicata, por exemplo, é a antecipação de um movimento financeiro que ocorrerá dentro de algumas semanas. A remuneração de um título de renda fixa acontece enquanto uma parte detiver esse título ou enquanto o título não vencer, o que pode durar meses ou anos. Sendo assim, a análise das operações que envolvem movimentações financeiras deve admitir que os fluxos de caixa decorrentes de sua aceitação serão distribuídos ao longo de um horizonte temporal que, não raro, estende-se por alguns anos.

Considerando, portanto, que as operações financeiras, ativas e passivas, proporcionam movimentações financeiras ao longo de certo período, uma maneira adequada de representá-las é por meio de fluxos de caixa. Um fluxo de caixa é o registro de todas as movimentações financeiras ocorridas em um determinado período, sejam elas positivas ou negativas. Quando ocorre

uma movimentação financeira positiva (entrada), há um aumento no saldo da conta correspondente. De forma oposta, quando ocorre um movimento financeiro negativo (saída), o saldo da conta de onde o recurso financeiro saiu diminui.

Um princípio básico da matemática financeira que deve ser observado neste contexto diz respeito ao valor efetivo do dinheiro ao longo do tempo. Segundo esse princípio, o dinheiro (ou o equivalente a ele) tem valor distinto em diferentes momentos no tempo. Pode-se dizer, portanto, que uma unidade monetária hoje não tem o mesmo valor de uma unidade monetária daqui a, digamos, um ano.

Um motivo que justifica isso é a capacidade de compra real da unidade monetária. Imagine que você tenha hoje R\$1.000,00. Com esse recurso, você consegue adquirir hoje 1.000 unidades de um produto cujo preço é R\$1,00 ($R\$1.000,00 / R\$1,00$). Considere que se passe um ano e você deseje adquirir mais quantidades desse mesmo produto. Ao buscá-lo no mercado, você percebe que o seu preço de venda aumentou para, digamos, R\$1,05. Portanto, os mesmos R\$1.000,00 não lhe permitirão adquirir 1.000 unidades desse item, mas, aproximadamente, 952 unidades ($R\$1.000,00 / R\$1,05$).

A denominação do efeito de aumento generalizado dos preços de bens e serviços é inflação. O valor efetivo do dinheiro muda com o passar do tempo, parcialmente em função da inflação do período, que corrói a sua capacidade de compra.

Sendo assim, ao se analisarem operações financeiras que ocorrem ao longo de um período de tempo, esse ponto deve ser contemplado. Um meio pelo qual pode-se considerar o valor do dinheiro no tempo, nas operações financeiras, são os juros.

Juros

Os juros representam a remuneração ou o custo pelo uso do capital. Na verdade, sua percepção como remuneração ou custo depende do lado da operação no qual a análise está sendo feita.

Em uma operação ativa, tipicamente representada por investimentos, os juros são a remuneração pelo capital investido por parte do detentor do projeto de investimento. Veja a figura a seguir:



FIGURA 1. Representação de um investimento (operação ativa)

No momento inicial (data 0), é feito um investimento C , representado graficamente por uma seta para baixo, indicando saída de recurso financeiro. Esse recurso financeiro foi empregado em um investimento, cujo prazo de maturação é até a data t . Nessa data, o valor C é retornado acrescido de uma compensação financeira J na forma de juros. Essa compensação configura o retorno auferido pelo investidor nesta operação. Portanto, o valor gerado na data t é a soma do capital inicialmente empregado (C) com os juros da operação (J). A esse valor, dá-se a denominação de montante. Portanto, o montante é determinado por:

$$M = C + J$$

Em uma operação passiva, tipicamente representada por operações de financiamentos, os juros simbolizam o custo financeiro pelo uso de capital de terceiros. Veja a figura a seguir:



FIGURA 2. Representação de um financiamento (operação passiva)

Na data inicial 0, uma parte (devedor) capta um recurso C de outra parte (credor). Esse empréstimo dura até a data t, quando o devedor pagará ao credor o capital emprestado (C) acrescido de uma compensação financeira desejada pelo credor na forma de juros (J).

Ressalta-se que, tanto do ponto de vista do investidor (investimento) como do credor (financiamento), as operações financeiras somente serão interessantes caso os juros sejam suficientemente compensadores. Em um investimento, caso a compensação financeira não seja atrativa, o investidor não terá incentivo para disponibilizar o seu recurso financeiro para essa operação. De forma similar, caso a compensação financeira não seja atrativa, o credor não terá incentivo para fazer um empréstimo a um devedor. Por outro lado, quanto mais atrativa for a compensação financeira para o credor, menos atrativa será para o devedor, pois o seu custo financeiro será maior.

Portanto, a efetiva realização da operação depende da percepção positiva de ambas as partes envolvidas. Os juros devem ser suficientemente atrativos para os credores, mas não podem ser impeditivos para os devedores. Deve haver um alinhamento de expectativas em termos de juros para as duas pontas da operação.

Os juros calculados nessas operações são formados em função de três variáveis. A primeira delas é o valor inicial colocado na operação (C). No caso de uma operação de investimento, é o capital inicialmente investido. No caso de uma operação de financiamento, é o capital emprestado pelo credor ao devedor. Quanto maior esse capital, maior devem ser os juros, pois eles têm uma relação de proporcionalidade direta.

A segunda variável é a taxa de juros (i). Objeto de comentário no tópico seguinte, a taxa de juros representa a compensação financeira em termos percentuais, o que permite verificar a relação entre os juros a serem calculados (J) e o capital da operação (C). Quanto maior a taxa de juros, maiores serão os juros calculados.

A terceira variável é o tempo da operação (n). Quanto maior for o tempo da operação, maiores os juros remunerados (investimento) ou cobrados (empréstimo).

Em síntese, os juros têm uma relação diretamente proporcional com todas essas variáveis, e são calculados por meio da seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times n$$

Duas observações são essenciais para o uso correto dessa fórmula. Em primeiro lugar, a taxa de juros é apresentada em determinada unidade temporal,

podendo ser, por exemplo, anual, mensal, diária etc. Essa referência temporal deve ser compatível com a referência temporal do n . Se o n estiver expresso em meses, a taxa de juros deve ser mensal. Caso o n seja apresentado em anos, a taxa de juros deve ser anual.

A segunda observação é que o uso dessa fórmula pressupõe que a taxa de juros seja incorporada à fórmula de maneira unitária. Caso a taxa seja 5,00%, por exemplo, deve ser empregada como 0,05, ou seja, cinco dividido por cem.

Taxas de Juros

Como foi verificado, os juros são calculados por meio de taxas percentuais. Estas, por sua vez, sofrem influências diversas para a sua determinação. Algumas delas serão tratadas a seguir.

Um primeiro fator de influência sobre as taxas de juros é a inflação, que é a alta generalizada dos preços em uma economia. Quando isso acontece, o poder de compra do dinheiro é diminuído, pois uma mesma quantidade de unidades monetárias consegue adquirir menos unidades de um bem. Portanto, de forma geral, quanto maior a expectativa de inflação, maior deverá ser a taxa de juros das operações financeiras.

Imagine que você avalia um investimento que deve gerar uma compensação financeira (juros) após determinado período de tempo. Caso os juros não sejam suficientes para compensar a perda inflacionária do período, o investimento não será atrativo.

Nesse contexto, podem ser discutidos, inclusive, os conceitos de taxas de juros nominal e real. Suponha que você aplicou hoje R\$1.000,00 em um título de renda fixa e que, após um ano, resgatou R\$1.150,00. Os juros recebidos foram R\$150,00, o que representa 15% de taxa de juros ($J = C \times i \times n \Rightarrow 150 = 1.000 \times i \times 1 \Rightarrow i = 0,15$). Essa taxa representa o retorno percentual nominal do investimento. Portanto, em termos nominais, você conseguiu uma taxa de juros de 15% ao ano.

Porém, se a inflação for levada em consideração, o retorno percentual não alcança os 15% ao ano. Considere o exemplo dado anteriormente neste capítulo, de uma inflação anual de 5%. Um bem com preço atual de R\$1,00 terá o seu preço aumentado para R\$1,05 ao final de um ano. Portanto, R\$1.000,00 que comprariam hoje 1.000 unidades deste bem, comprariam apenas 952,38 unidades em um ano.

Imagine, adicionalmente, que você investiu R\$1.000,00 hoje e que, ao final de um ano, recebe R\$1.150,00 (15% de taxa de juros). Se você utilizasse esse recurso para adquirir o bem a R\$1,05, conseguiria obter 1.095,24 unidades (R\$1.150,00 / R\$1,05). Sua capacidade de compra aumentou em 95,24 unidades, e não em 150 unidades. Portanto, o ganho real com a sua aplicação foi de 9,524%, e não 15,00%.

Esse percentual de 9,524% é denominado taxa de juros real. É o quanto, efetivamente, você teve de retorno em função de seu investimento. Parte da taxa de juros nominal (15,00%) foi corroída pela inflação (5,00%), gerando um retorno real de 9,524%.

Na verdade, a taxa de juros real e a taxa de inflação, quando compostas, geram a taxa de juros nominal. Veja o exemplo:

$$[(1+0,09524) \times (1+0,05)]-1 \rightarrow 1,15-1 \rightarrow 0,15 \text{ ou } 15,00\%$$

Essa relação é conhecida como taxa de Fisher. Genericamente, tem-se:

$$(1 + i_{REAL}) \times (1 + i_{INFLAÇÃO}) = (1 + i_{NOMINAL})$$

Outro ponto que influencia a taxa de juros é o custo de oportunidade do investidor, ou seja, o quanto alguém deixa de ganhar com o uso atual do recurso financeiro para assumir outro uso para ele. Se, por exemplo, alguém retirasse o recurso de uma aplicação financeira para investir em uma empresa, seu custo de oportunidade é o que ela estaria deixando de receber na aplicação financeira para investir na empresa.

De forma geral, quanto maior o custo de oportunidade de um indivíduo, maior deverá ser a compensação financeira para ele fazer determinado investimento. Portanto, maior será a taxa de juros desejada.

Perceba que o custo de oportunidade é uma referência específica do indivíduo. O custo de oportunidade de um indivíduo não é necessariamente o mesmo de outro. Portanto, é um fator intrínseco ao agente que está avaliando a operação financeira.

Ressalta-se ainda que o custo de oportunidade não deve ser necessariamente utilizado como a taxa de juros da operação. Na realidade, trata-se de uma referência mínima. Outras variáveis devem ser consideradas na determinação da taxa de juros, dentre as quais, estas aqui apresentadas.

Outro ponto que deve ser considerado são as preferências intertemporais. Imagine, por exemplo, um sujeito que está desejando consumir determinado bem. No entanto, ele não dispõe de recursos financeiros imediatos que permitam esse consumo. Uma das possibilidades é que esse indivíduo poupe os recursos financeiros necessários durante algum período de tempo, até que os tenha disponíveis suficientemente para seu uso.

Outra possibilidade é incorrer em uma operação de financiamento, na qual ele capta o recurso financeiro necessário ao seu consumo imediato e, posteriormente, devolve à outra parte (credor) o capital solicitado acrescido dos juros acordados. Quanto maior o grau de necessidade dos recursos por parte do devedor, maior será a compensação financeira que ele estará disposto a pagar ao credor.

Ainda neste mesmo contexto, caso o credor tenha um uso imediato para o recurso financeiro, em vez de emprestá-lo, pode se sentir impelido a utilizá-lo imediatamente. Ele só terá incentivo para emprestar o recurso financeiro, postergando, assim, o seu uso, caso a compensação financeira (juros) seja atrativa.

Portanto, a taxa de juros é parcialmente determinada pelas relações de interdependência entre os usos atual e futuro dos recursos financeiros pelas duas partes da operação financeira.

Um último tópico que influencia a taxa de juros, não sendo exaustivo nos fatores de influência, é o risco da operação. De maneira geral, deve haver uma compatibilidade entre o risco de uma operação e a taxa de juros que é utilizada para mediá-la. Quanto maior o risco da operação, maior será a compensação financeira desejada, o que aumenta a taxa de juros. Para operações menos arriscadas, a taxa de juros pode ser menor.

Entretanto, o que vem a ser risco neste contexto? Neste âmbito, risco é a possibilidade de a operação não ser concretizada conforme previamente estabelecido. É o caso de um devedor não honrar o compromisso financeiro, ou de o retorno pelo investimento não ser compatível com o previamente esperado.

Sendo assim, quanto maior a possibilidade de um credor não pagar o empréstimo, ou o investimento não gerar um retorno minimamente esperado, mais arriscada será a operação, refletindo diretamente na taxa de juros.

O risco também está associado ao fator tempo. Tipicamente, quanto mais longo for o período da operação financeira, menor é a capacidade de antecipar

problemas e circunstâncias que venham a afetar o andamento normal da operação. Portanto, quanto maior o horizonte temporal da operação, mais arriscada ela será. A taxa de juros, portanto, tende a acompanhar esse aumento na mesma direção.

Métodos de Capitalização

Quando um recurso é empregado em uma operação financeira, com o passar do tempo, ele varia. Caso seja aplicado em determinado ativo que gere rendimentos periódicos, por exemplo, ele incorpora juros à medida que o tempo passa. Caso o recurso seja relacionado a um empréstimo, o saldo devedor aumenta com o passar do tempo, também em decorrência do cálculo periódico dos juros. Nesse contexto, uma importante função da matemática financeira é verificar como os recursos variam com o passar do tempo em decorrência de sua colocação em uma operação financeira.

Os métodos de capitalização visam a fornecer um arcabouço técnico baseado no conceito de valor do dinheiro ao longo do tempo. Capitalização é o cálculo de um valor futuro a partir de um valor presente, dada a incorporação de juros ao capital ao longo do tempo da operação, conforme a regra de formação desses juros.

Essa verificação é fundamental, pois permite prever os montantes futuros de um recurso financeiro empregado em uma operação financeira, além de prover os conceitos básicos para o cálculo de fluxos de caixa equivalentes.

Basicamente, os recursos financeiros podem ser capitalizados de três formas: capitalização simples, capitalização composta e capitalização contínua. Elas serão apresentadas a seguir.

Capitalização simples

A capitalização simples indica que os recursos financeiros são capitalizados ao longo do tempo, considerando a remuneração calculada sobre o capital inicialmente disponibilizado na operação. Portanto, os juros de todos os períodos são mensurados usando o capital disponibilizado inicialmente na operação como base de cálculo.

Imagine, por exemplo, o caso de se aplicar de forma simples R\$100.000,00 em um título que rende 10% ao ano. No momento inicial (data zero), o capital disponível é R\$100.000,00 (C_0). Após um ano, o capital (C_1) será o capital inicial da operação acrescido dos juros auferidos durante esse período (J_1). Portanto, os juros após o período de um ano aplicado serão R\$10.000,00 ($J = C \times i \times n \rightarrow J = 100.000 \times 0,10 \times 1$). O capital depois de um ano (C_1) será o capital inicial da operação (C_0) acrescido dos juros (J_1), ou seja, R\$110.000,00 (R\$100.000,00 + R\$10.000,00).

Mantendo esse capital ainda na operação por mais um ano, ao final do segundo ano (C_2), ele será igual ao capital final do primeiro ano (C_1) acrescido dos juros auferidos durante o segundo ano (J_2). Como trata-se de capitalização simples, os juros são mensurados tomando por base de cálculo o capital inicial da operação (C_0). Portanto, o capital ao final do segundo ano (C_2) será R\$120.000,00 (R\$110.000,00 + [R\$100.000,00 x 0,10 x 1]). Mantido esse capital na operação por mais um ano, chega-se ao resultado de R\$130.000,00 (R\$120.000,00 + [R\$100.000,00 x 0,10 x 1]).

Esse comportamento segue enquanto o capital estiver mantido na operação. A tabela a seguir ilustra o comportamento desse exemplo até o final do décimo ano:

Anos	Capitalização simples
0	R\$100.000,00
1	R\$110.000,00
2	R\$120.000,00
3	R\$130.000,00
4	R\$140.000,00
5	R\$150.000,00
6	R\$160.000,00
7	R\$170.000,00
8	R\$180.000,00
9	R\$190.000,00
10	R\$200.000,00

TABELA 1. Exemplo de capitalização simples

A partir desse exemplo, pode-se estipular o comportamento genérico de um capital que é capitalizado no modo simples. Admita, genericamente, que o

capital inicial da operação é C . Portanto, no momento inicial (data zero), tem-se $C_0 = C$. Decorrido um período de capitalização, o novo capital é dado por:

$$C_1 = C_0 + J \rightarrow C_1 = C + C \times i \times 1 \rightarrow C_1 = C \times (1+i)$$

Decorrido mais um período, ao final do segundo, tem-se:

$$C_2 = C_1 + J \rightarrow C_2 = C_1 + C \times i \times 1 \rightarrow C_2 = C + C \times i + C \times i \rightarrow C_2 = C + 2 \times C \times i \rightarrow C_2 = C \times (1+2i)$$

Ao final do terceiro período, tem-se:

$$C_3 = C_2 + J \rightarrow C_3 = C_2 + C \times i \times 1 \rightarrow C_3 = C + 2 \times C \times i + C \times i \rightarrow C_3 = C + 3 \times C \times i \rightarrow C_3 = C \times (1+3i)$$

Com isso, pode-se chegar à fórmula geral da capitalização simples para o período n :

$$C_n = C \times (1 + n \times i)$$

Observe que, na capitalização simples, o capital cresce de forma linear. Isso porque, em cada período, os juros calculados são iguais, uma vez que a base de cálculo de todos os períodos é a mesma.

Capitalização composta

Outra forma de capitalização é a composta. Esse tipo de capitalização difere da simples por considerar, em cada período, diferentes bases de cálculo para os juros. Nela, a base de cálculo dos juros de um período incorpora os juros acumulados até o período imediatamente anterior. Com isso, há a incidência de juros sobre juros, o que torna a capitalização composta mais acentuada com o passar do tempo.

Para ilustrar esse comportamento, siga o exemplo similar ao anterior (capital inicial de R\$100.000,00 e taxa de juros de 10% ao ano). Na data zero, o capital (C_0) é colocado na aplicação. Após um ano, ele é remunerado em 10%, gerando o capital final do primeiro ano (C_1) de R\$110.000,00 (R\$100.000,00 + [R\$100.000,00 x 0,10]).

Ao ser mantido na operação por mais um ano, ele gera juros de R\$11.000,00, que foram calculados pela multiplicação de 10% (i) sobre a base de cálculo.